

HIDRÁULICA I

Licenciatura em Engenharia Civil

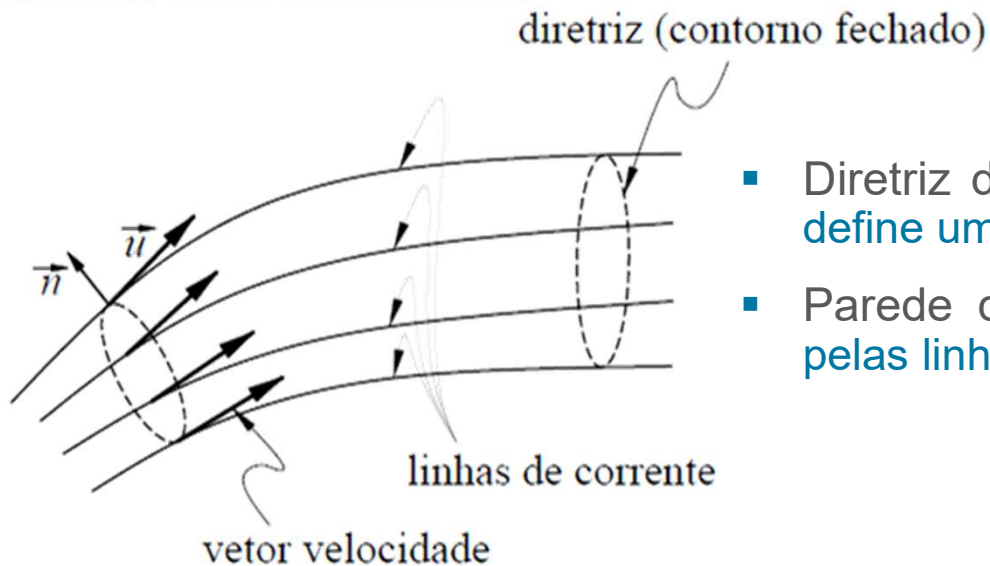
Hidrocinemática

Conteúdo da Aula

- Breve revisão da aula anterior
- Tubo de fluxo, secção reta e secção transversal
- Fluxo convectivo, caudal e velocidade média
- Classificação dos escoamentos
 - Escoamento permanente e variável
 - Escoamento uniforme e variado
 - Dimensões do escoamento
- Condição de incompressibilidade
- Condição de irrotacionalidade
- Problema 3.3

Tubo de fluxo, secção reta e secção transversal

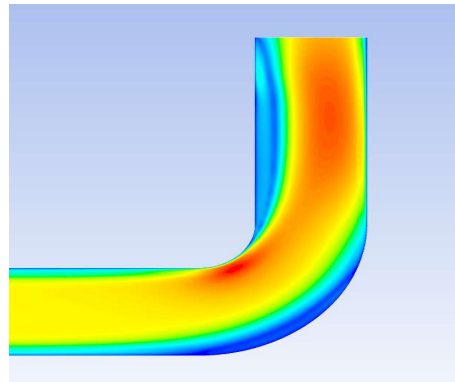
- Fluxo - Escoamento ou corrente fluida.
- Tubo de fluxo
 - Espaço tridimensional delimitado pelo conjunto de linhas de corrente que, num dado instante, passam por uma linha fechada (contorno fechado) não coincidente com uma linha de corrente.



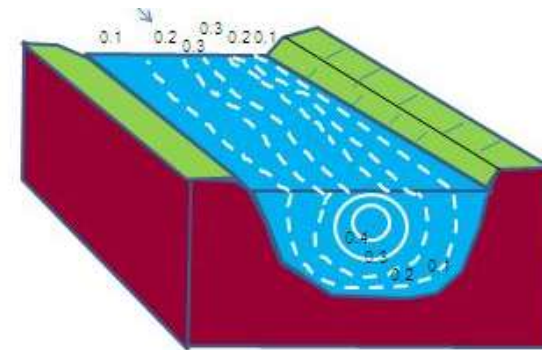
- Diretriz do tubo de fluxo | linha fechada que o define uma linha de corrente
- Parede do tubo de fluxo | superfície formada pelas linhas de corrente que o delimitam

Tubo de fluxo, secção reta e secção transversal

- As paredes do tubo de fluxo não são atravessadas por partículas de fluido em movimento
 - i.e. $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ em todos os pontos da parede do tubo porque as linhas de corrente são tangentes ao vetor velocidade e perpendiculares ao vetor normal exterior à parede do tubo
- Entidade material
 - conduta
 - canal



- canal



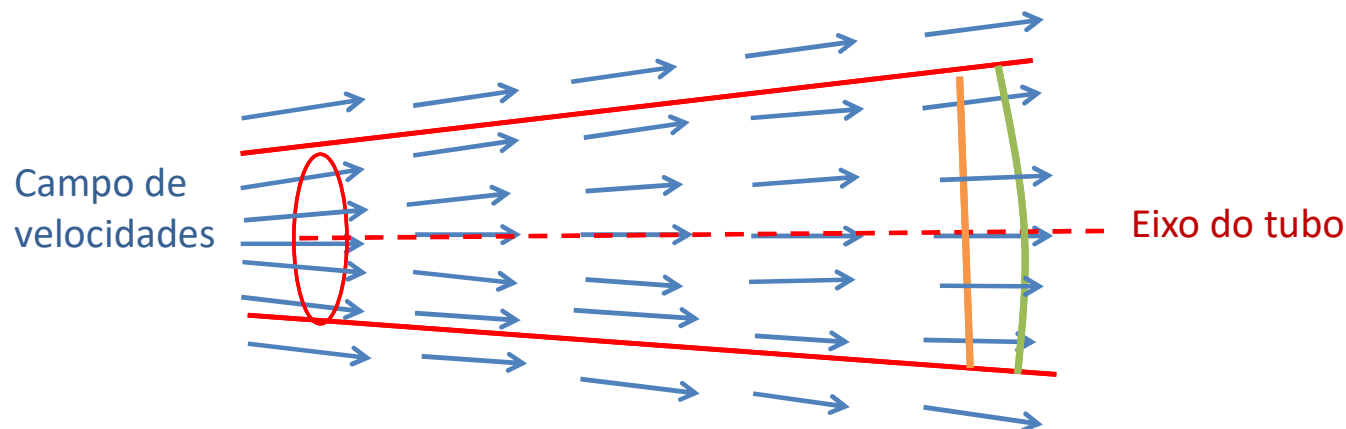
Tubo de fluxo, secção reta e secção transversal

■ Secção reta —

- secção definida pela intersecção do tubo com uma superfície normal às linhas de corrente (*pode ser uma superfície plana ou curva*)

■ Secção transversal —

- Secção plana perpendicular ao eixo do tubo (*não é necessariamente ortogonal às l.c.*)



Fluxo convectivo, caudal e velocidade média

- Fluxo convectivo: transporte da grandeza A pelo escoamento, com velocidade u , através da superfície S

$$\varphi_A = \int_S a(\vec{u} | \vec{n}) dS$$

a = função densidade da grandeza A

- Exemplos

Fluxo volumétrico (caudal)

$$Q = \int_S (\vec{u} | \vec{n}) dS$$

Fluxo de massa (caudal mássico)

$$\dot{m} = \int_S \rho (\vec{u} | \vec{n}) dS$$

Fluxo de quantidade de movimento

$$M = \int_S \rho \vec{u} (\vec{u} | \vec{n}) dS$$

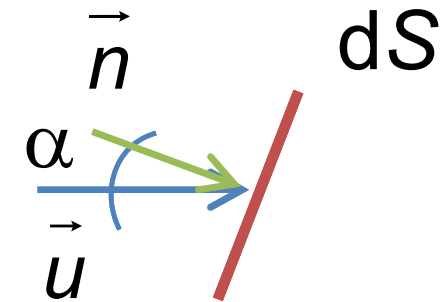
Fluxo de energia

$$\varphi_E = \int_S \rho e (\vec{u} | \vec{n}) dS$$

Fluxo convectivo, caudal e velocidade média

- Caudal elementar

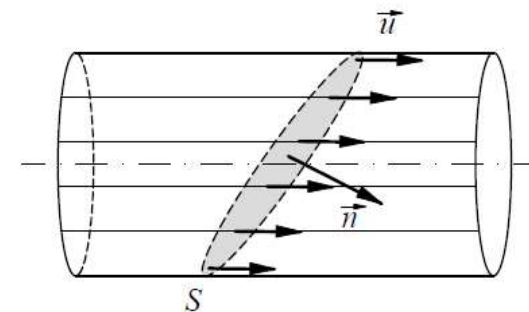
$$dQ = (\vec{u} | \vec{n}) dS \quad \therefore \quad dQ = u \cos \alpha dS$$



- Caudal

- Volume de fluido que atravessa uma seção de um tubo de fluxo por unidade de tempo

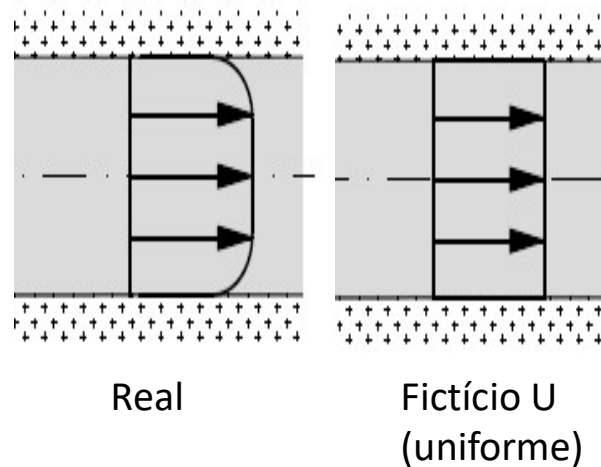
$$Q = \int_S dQ = \int_S (\vec{u} | \vec{n}) dS$$



Fluxo convectivo, caudal e velocidade média

- **A velocidade média, U** , do escoamento numa secção transversal de área S de um tubo de fluxo
 - corresponde à velocidade de um escoamento fictício de velocidade constante em todos os pontos da secção, que garante um caudal igual ao do escoamento real

Perfil de velocidades



$$U = \frac{\int_S (\vec{u} | \vec{n}) \, dS}{\int_S dS} = \frac{Q}{S}$$

$$Q = US$$

Classificação dos escoamentos

Escoamento permanente e variável

■ Escoamento permanente

- escoamento que é descrito por grandezas que se mantêm constantes no tempo, em todos os pontos do espaço.
 - *Em fluidos homogéneos, incompressíveis, com temperatura constante, é suficiente garantir que a aceleração local é nula em todo o espaço*

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0$$

■ Escoamento variável

- escoamento em que alguma grandeza característica (e.g. velocidade, pressão, temperatura) varia no tempo

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} \neq 0$$

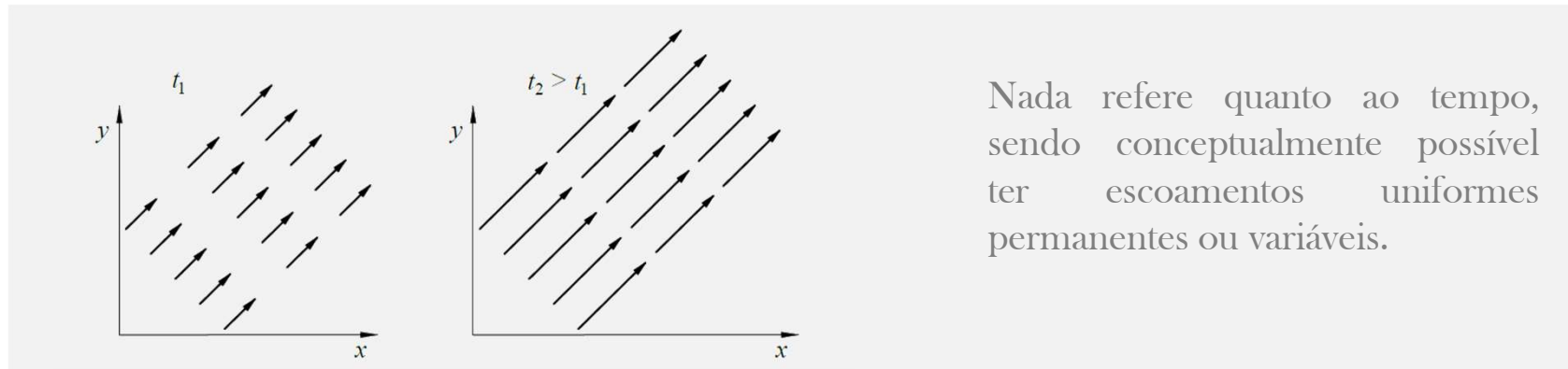
Classificação dos escoamentos

Escoamento uniforme e variado

■ Escoamento uniforme

- O vetor velocidade tem o mesmo valor em todo o domínio do escoamento, num dado instante

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial x_i} = 0, \quad \forall x_i$$



■ Escoamento variado

- O vector velocidade varia em pelo menos uma direcção coordenada $\exists x_i, \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_i} \neq 0$

Classificação dos escoamentos

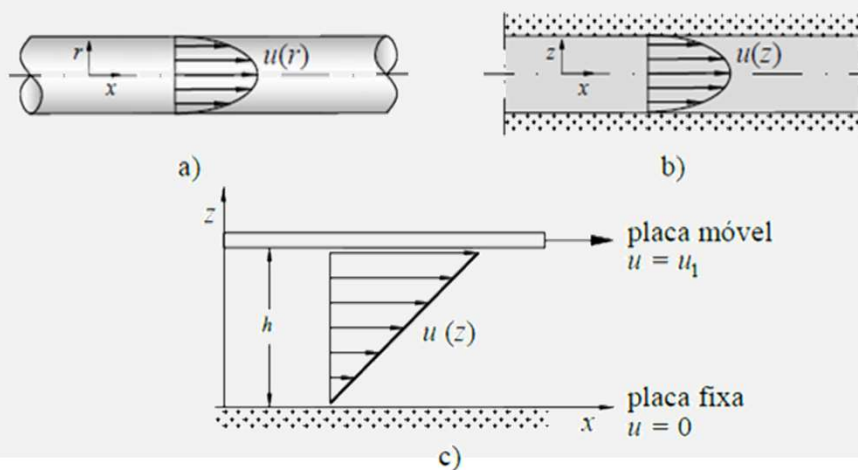
Escoamento uniforme e variado

■ Escoamento uniforme

- Em tubos de fluxo, é prática corrente estender a definição a escoamentos em que o perfil de velocidade se mantém constante ao longo do tubo

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial s} = 0$$

Exemplos (à luz desta definição)



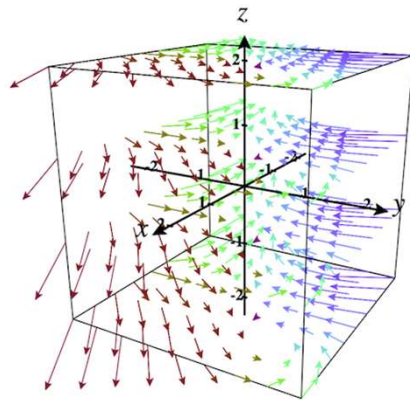
Classificação dos escoamentos

Dimensões do escoamento

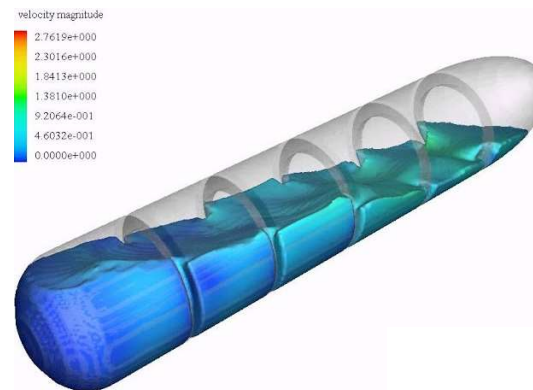
■ Tridimensional

- campo de velocidades varia nas três direções cartesianas x , y e z , podendo variar ou não no tempo

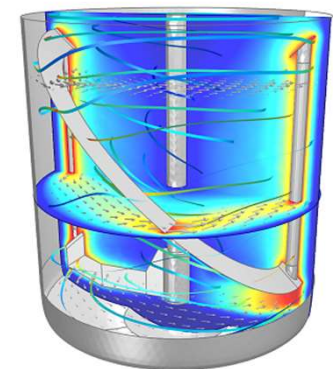
Abstração de campo de velocidades



Enchimento de uma conduta



Reservatório com misturador



Descarregador de cheias

<https://www.youtube.com/watch?v=MZqSvHcU-cA>

Roda de água

https://youtu.be/gaCSbST07_k

Classificação dos escoamentos

Dimensões do escoamento

- Bidimensional ou plano
 - Simplificação que admite que as propriedades do escoamento variam apenas em duas direções mantendo-se inalteradas na terceira

Pilar cilíndrico (corte)



Asa de um avião (corte)

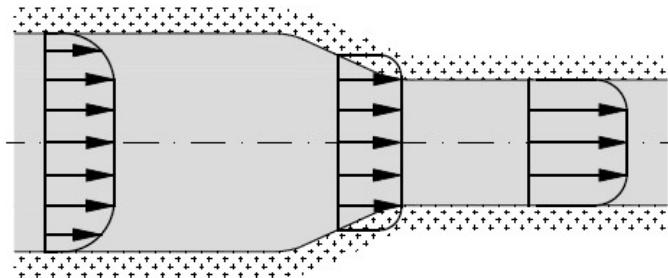


Classificação dos escoamentos

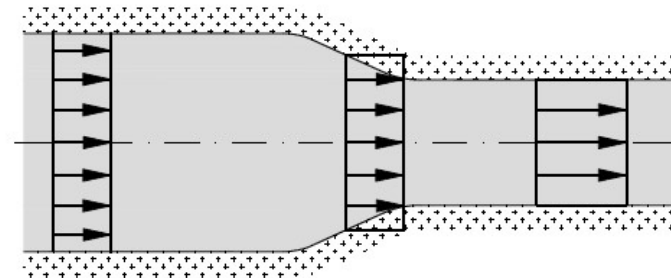
Dimensões do escoamento

- Unidimensional
 - Simplificação que admite que as variáveis em estudo só variam numa direção, sendo esta a direção relevante para a caracterização do escoamento

Escoamento real numa conduta



simplificação unidimensional segundo a direção do escoamento com distribuição uniforme de velocidades



Condição de incompressibilidade

- Mostra-se que **não existe deformação volumétrica** de um elemento de fluido quando o traço do tensor gradiente de velocidade (do escoamento) é nulo.
- Sendo a **divergência** do vetor velocidade **igual ao traço do tensor gradiente de velocidades**, tem-se

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} \equiv \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) = 0$$

Nestas condições, diz-se que o **“fluido comporta-se como incompressível”** perante este campo de velocidades (escoamento)

Condição de irrotacionalidade

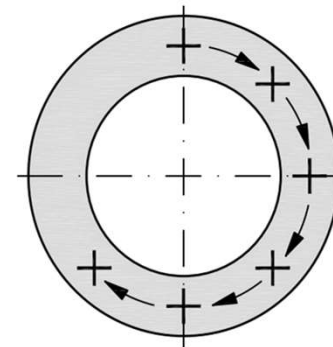
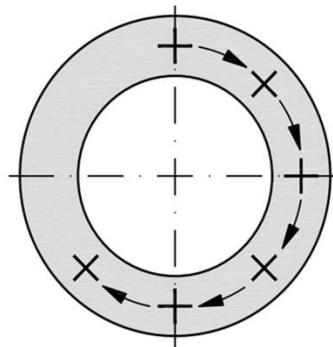
- **Existe rotação** de um elemento de fluido quando o vector velocidade angular for não nulo

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \times \vec{u} \neq 0$$

- **Não existe rotação** quando a velocidade angular $\vec{\omega}$ de todos os elementos de fluido contidos no escoamento é nula (ou quando o vector vorticidade $\vec{\Omega} = 2\vec{\omega}$ for nulo).
- Diz-se que **o escoamento é irrotacional** (i.e. elementos de fluido não rodam)

$$\vec{\Omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} = 0$$

Escoamento rotacional



escoamento irrotacional

Problema 3.3

O escoamento plano de um fluido incompressível entre um diedro reto e uma superfície cilíndrica (Figura 3.39) de diretriz $xy = A$ tem o seguinte campo de velocidades:

$$\vec{u} = 2ax\vec{i} - 2ay\vec{j}$$

- Defina as equações das linhas de corrente e das trajetórias.
- Calcule o caudal escoado através da secção 1.
- Mostre que o fluido se comporta como incompressível.

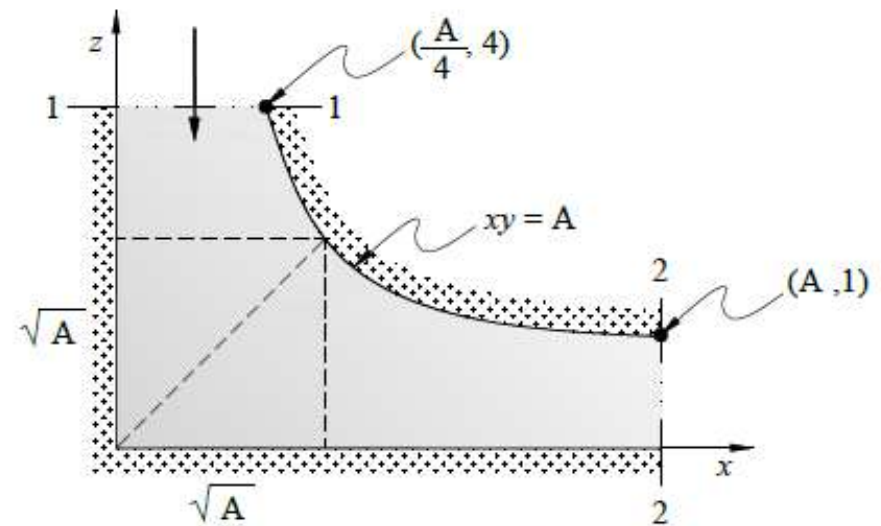


Figura 3.39

Problema adicional

Exemplo 3.6

Considere o escoamento caracterizado pelo seguinte campo de velocidades:

$$\vec{u} = x(1+t)\vec{i} + 2y\vec{j}$$

Determine a equação da trajetória da partícula que passa no ponto $(1,1)$ no instante $t = 0$.

Considere o escoamento do Exemplo 3.6 e determine a equação da linha de corrente que passa no ponto $(1,1)$ no instante $t = 0$.

$$x = y \left(\frac{1}{2} + \frac{\ln y}{8} \right)$$

$$y = y_0 \left(\frac{x}{x_0} \right)^{\frac{2}{1+t}}$$

Estudo autónomo

- Estudar
 - Secções 3.7 , 3.8, 3.9, 3.10.2

- Resolver
 - Todos os problemas do capítulo 3, excepto os 3.7, 3.8b) e 3.10